**Тест 2 для подготовки к контрольной работе, зачету, экзамену**

**(4 семестр , математический анализ)**

**1. а)** Разложить функцию в ряд Лорана в области по степеням

**Решение:** преобразуем функцию

Используем разложение (которое знаем наизусть)

Область сходимости

**1. б)** ) Разложить функцию в ряд Лорана по степеням во всей комплексной плоскости, указать правильную и главную части ряда.

**Решение:** разложим функцию на простейшие дроби

Особые точки функции находим, приравнивая знаменатель к нулю

.



Особые точки

Сделаем чертеж

Получаем три области:

Разложение в , используем разложение (которое знаем наизусть) и разложение (которое тоже знаем наизусть)

Найдем области сходимости:

Оба ряда сходятся в круге и представляют правильную часть ряда Лорана.

Разложение в , преобразуем функцию

Найдем области сходимости:

*для главной части* или

*для правильной части*  или

весь ряд сходится в

Разложение в

преобразуем функцию

В разложении присутствует только главная часть ряда Лорана.

Найдем области сходимости:

или

или

Оба ряда сходятся вне круга и представляют главную часть ряда Лорана.

***Ответ:***

В области

**2.** Найти особые точки данной функции, определить их тип. Найти вычеты в особых точках.

а)

**Решение:** особыми точками являются точки , в этих точках функция не определена, нужно определить тип особых точек.

Точка обращает в нуль не только знаменатель, но и числитель. Точка является нулем порядка для числителя и порядка

для знаменателя, учитывая, что определим порядок полюса, он равен , т.е. точка является полюсом первого порядка- П(1) или простым полюсом.

Точка является нулем только для знаменателя, т.е. точка является полюсом первого порядка- П(1) или простым полюсом.

***Ответ:*** точка является простым полюсом,

точка является простым полюсом, .

**2.** Найти особые точки данной функции, определить их тип. Найти вычеты в особых точках.

б)

**Решение:** Особой точкой является точка . Аргумент косинуса величина обратная

, поэтому, скорее всего это существенно особая точка. Разложим функцию в ряд Лорана по степеням . Используем разложение косинуса (которое знаем наизусть)

Разложение справедливо для любой точки

***Ответ:*** точка является существенно особой точкой,.

**3.** Вычислить а)

**Решение:** подынтегральная функции имеет особые точки, которые находятся из условия , внутри окружности находится только одна особая точка . Знаменатель функции

в точке имеет нуль первого порядка, числитель также имеет нуль первого порядка, следовательно, устранимая особая точка, .

Используя, основную теорему о вычетах, найдем интеграл

***Ответ:***

**3.** Вычислить б)

**Решение:**  найдем особые точки подынтегральной функции .

Это точки .



Внутри окружности находятся точки , точка находится вне окружности, поэтому по основной теореме о вычетах

точка устранимая особая точка, .

является простым полюсом,

***Ответ:***

**4**. Вычислить интеграл

**Решение:** Введем функцию , имеющую четыре особых точек

. В верхней полуплоскости находится две точки являющиеся простыми полюсами.

***Ответ:***