Решение задач векторного анализа

Задача1

 Найти поток векторного поля через замкнутую поверхность

 9-

 двумя способами:

а) непосредственно

б) используя теорему Остроградского-Гаусса

Решение:

а) непосредственно

ищем поток (П) векторного поля через замкнутую поверхность или считаем поверхностный интеграл второго рода от вектора по замкнутой поверхности .

П =

Поверхность состоит из двух поверхностей поверхность параболоида (9- и плоскости ()

Следовательно, наш поток через замкнутую поверхность будет равен сумме потоков через поверхности и

П= += +

Считаем поверхностный интеграл второго рода или поток

 : 9- ; вектор нормали к поверхности

 = == ( Cos Cos ; Cos ), где углы ; ; - углы нормали с осями координат

Поверхность проецируем на плоскость OXY d = = dxdy

 = ( 2 при z= получим

 = ( 2

= = =

Интеграл удобнее считать в полярных координатах, учитывая что область является кругом

= =

= =

==

==

=

== =

=-

 : ; вектор нормали к поверхности

 = == ( Cos Cos ; Cos ), где углы ; ; - углы нормали с осями координат

 = при z=0 получим

Итак : П= +=0+0=0

б) используя теорему Остроградского-Гаусса

Теорема , где , V- область ограниченная нашей поверхностью

= y+x-x=y

П== =

перешли к цилиндрическим координатам

параболоид в цилиндрических координатах: z==3

== =

= =0

Так как =Cos= Cos2 – Cos 0= 1-1=0

Ответы совпали! Ура! Задача решина!

Задача 2.

Найти циркуляцию векторного поля по контуру Г

Г:

двумя способами :

а) непосредственно

б) используя теорему Стокса

Решение:

а) непосредственно

Г:

Г- это сечение цилиндрической поверхности плоскостью эллипс на цилиндрической поверхности. Введем обобщенные полярные координаты ( или параметризирем наш контур Г)

 = -

 = + =

= Cos - + Sin2 - =

б) используя теорему Стокса

теорема:

rot= – получили вектор

 вектор нормали к поверхности , которую ограничивает контур Г. Поверхность ориентированная, положительное направление нормали выбираем по следующему правилу:

Из конца нормали обход по контору Г должен быть виден против часовой стрелки, а область должна оставаться слева при обходе контура Г против часовой стрелки.

 u=y-z=0

 = == ( Cos Cos ; Cos ), где углы ; ; - углы нормали с осями координат

угол- острый угол, который вектор нормали образует с осью OZ( смотри рисунок )

= и Cos ( 0 – (y – z) + 1 – z) = ( 1-y)

и тогда : = = =

перешли к полярным координатам и не забыли написать якобиан

== = 2 + Cos=

Ответы совпали! Ура! Задача решина!